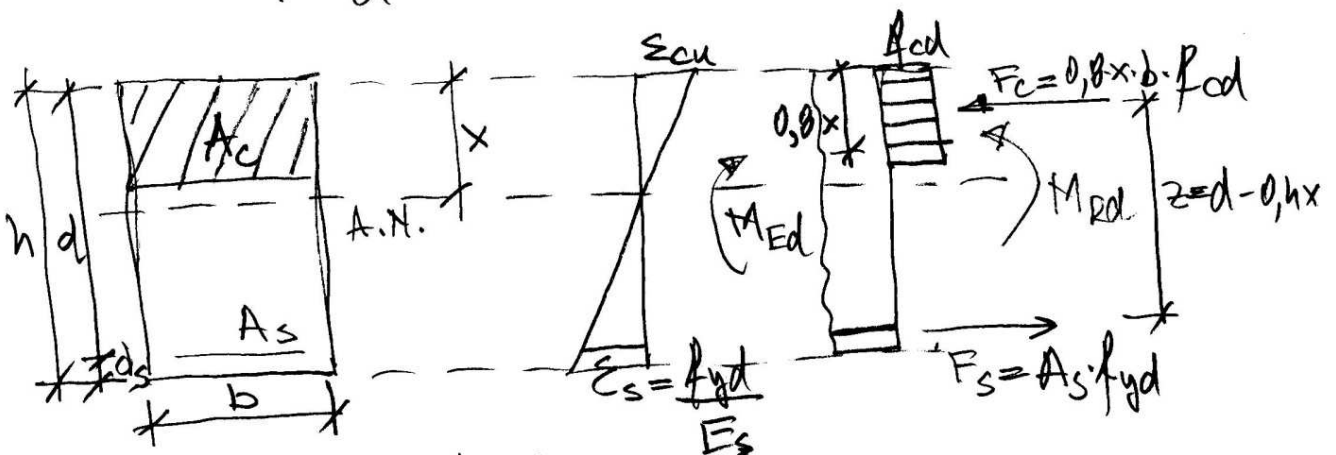


Elemente solicitate la încovoiereS.T. dreptunghiulară simplu armată

- grinză, plăci
- efortul de calcul M_{Ed} - din calculul static la încărcări exterioare
- dacă $M_{Ed} \leq 0,08 \cdot A_c \cdot f_{cd}$ - foarte mic \Rightarrow doar încovoiere
- calcul în MSL la SLU
- ipoteze de calcul:
 - "blocul de compresii" din zona de beton comprimată \rightarrow diagramă dreptunghiulară
 - pt. ca armăturile întinse să nu se zdrobească înainte de zdrobirea betonului compresat, este necesar:

$$\xi = \frac{x}{d} \leq \xi_{lim}$$

Ecuatii de echilibru:

- direcția axei longitudinale: $F_c - F_s = 0 \quad F_c = F_s$
 $0,8 \cdot x \cdot b \cdot f_{cd} - A_s \cdot f_{yd} = 0$
- momente încovoietoare: $M_{Ed} - M_{rd} = 0$
 $M_{Ed} - F_c \cdot z = 0 \quad M_{Ed} - 0,8 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0,4 \cdot x) = 0$
 $M_{Ed} - F_s \cdot z = 0 \quad M_{Ed} - A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot x) = 0$
- conform metodei stărilor limită:
 - $M_{Ed} \leq M_{rd} = 0,8 \cdot x \cdot b \cdot f_{cd} \cdot (d - 0,4 \cdot x)$
 - $M_{Ed} \leq M_{rd} = A_s \cdot f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot x)$

- poziția axei neutre \rightarrow din ecuația de echilibru după direcția axei longitudinale:

$$x = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{0,8 \cdot b \cdot f_{cd}} \quad \xi = \frac{x}{d} = \frac{A_s}{0,8 \cdot b \cdot d} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$$

cu Coeficientul de armare $\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \Rightarrow \xi = 1,25 \cdot \rho \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$

cu coeficientul mecanic al armăturii $w_s = \rho \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}} \Rightarrow \xi = 1,25 \cdot w_s$

- dacă $\xi \leq \xi_{lim} \rightarrow$ superea se produce prin curgerea armăturilor întinse înmăta de zdrobirea betonului compresat \Rightarrow capacitatea portantă la încovoiere va fi calculată folosind f_{yd} , f_{cd}

$$\Rightarrow M_{Ed} = M_{Rd} = 0,8 \cdot \xi \cdot d \cdot f_{cd} (d - 0,4 \cdot \xi \cdot d) = 0,8 \cdot \xi \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi) \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

cu $\mu = 0,8 \cdot \xi \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi) \Rightarrow M_{Rd} = \mu \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$

Calculul folosind tabele se bazează pe relațiile între $\mu - w - \xi$

Pt. a mări M_{Rd} :

- $h \nearrow$; $\rho (A_s) \nearrow$; $f_{yd} \nearrow$

- mărimea f_{cd} sau b nu este foarte importantă

- capacitatea portantă maximă la încovoierere
va rezulta pt. „punctul de balans” $\xi = \xi_{lim}$

$$M_{Rd, lim} = 0,9 \cdot \xi_{lim} \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi_{lim}) \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} = \\ = \mu_{lim} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}$$

- la $M_{Rd, lim}$ corespunde armătura maximă:

$$A_{s, lim} = \frac{M_{Rd, lim}}{z_{lim} \cdot f_{yd}}$$

$$z_{lim} = d - 0,4 \cdot x_{lim} = d (1 - 0,4 \cdot \xi_{lim})$$

de asemenea: $\xi_{lim} = 1,25 \cdot w_{s, lim} = \\ = 1,25 \cdot \xi_{lim} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}}$

$$\Rightarrow w_{s, lim} = 0,8 \cdot \xi_{lim}$$

$$\xi_{lim} = 0,9 \cdot \xi_{lim} \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

CAZURI DE PROIECTARE

- ① CUNOSUTE: $f_{cd}; f_{yd}; M_{Ed}$ - 2 ecuații
 NECUNOSUTE: $b; h; A_s; x$ - 4 necunoscute
 sau d

- Etapa 1 - dimensiunile sect. transvers. (?)
 - 2 dintre necunoscute trebuie alese:
 ⊗ se alege b din predimensionare
 (b are o influență mai mică asupra lui M_{Ed})
 ⊗ se alege ρ coeficientul de armare dintr-un interval optim (proiectare economică) $\Rightarrow \mu$

\Rightarrow $b; h$

Etapa 2 A_s și x (?)
 $b; h$ - cunoscute $\Rightarrow \mu \Rightarrow \rho \Rightarrow A_s$

- ② Verificarea sect. transvers.
 CUNOSUTE: $b; h; f_{cd}; f_{yd}; A_s; M_{Ed}$
 NECUNOSUTE: $M_{Rd}; x$

2 ecuații
 2 necunoscute | ✓
 (OK)

- din prima ecuație $\Rightarrow x \Rightarrow \xi \leq \xi_{lim}$

- din a doua ecuație $\Rightarrow M_{Rd} \geq M_{Ed}$

- dacă $M_{Ed} < M_{Rd} \Rightarrow$ se mărește $b; h; A_s;$
 sau f_{yd}
 - dublă armare

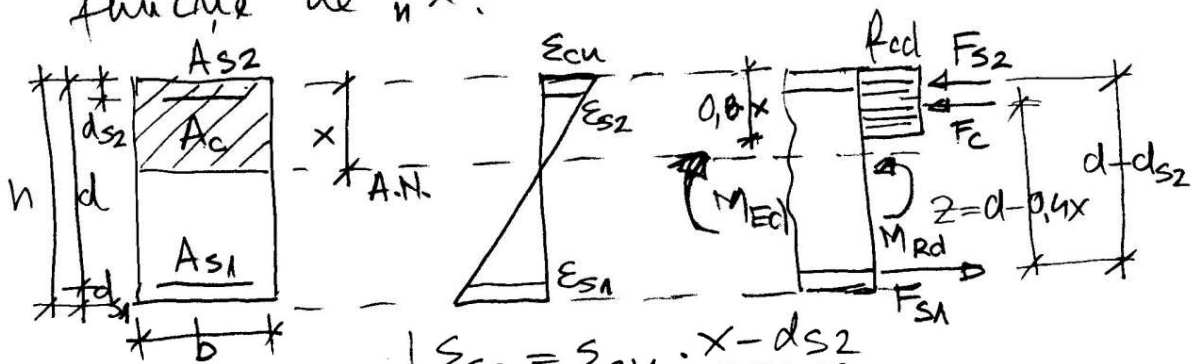
GRINZI CU SECȚIUNEA DREPTĂ ÎN LĂRĂ
DUBLU ARMATĂ SOLICITATĂ LA ÎNCOVOIERE

- prezența armăturii comprimate → crește M_{Rd}
- dubla armare se folosește dacă:
 - simpla armare nu este suficientă $M_{Rd} < M_{Ed}$
 - M alternant $< \begin{matrix} +M \\ -M \end{matrix}$ în același S.T. din diferite combinații de încărcări (ex: vânt, seismic)
 - structuri anti-seismice
 - din proiectarea anterioară ⇒ armătura comprimată în S.T.

- pt. ca mpreună să se producă prin cingerea armăturii întinse urmata de zdrobirea betonului comprimat:

$$\xi = \frac{x}{d} \leq \xi_{lim}$$

- tensiunile din armătura comprimate sunt funcție de x .



$$\epsilon_{s2} = \epsilon_{cu} \cdot \frac{x - ds_2}{x}$$

$A_{s2} \rightarrow$ cinge dacă $\epsilon_{s2} \geq \epsilon_{yd}$

$$\epsilon_{cu} \frac{x - ds_2}{x} \geq \epsilon_{yd} \Rightarrow x \geq \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} - \epsilon_{yd}} \cdot ds_2$$

pt. $\epsilon_{cu} = 3,5\%$

$$\epsilon_{yd} = f_{yd} / E_s$$

$$f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$$

- 1,15 - combinații permanente, tranzitorii
- 1,00 - combinații accidentale, seismice

$$x \geq x_y$$

OTEL	$\gamma_s = 1,15$	$\gamma_s = 1,00$
S400	$x \geq 1,99 d_{s2}$	$x \geq 2,33 d_{s2}$
S500	$x \geq 2,64 d_{s2}$	$x \geq 3,5 d_{s2}$

pt. $x \geq x_y \Rightarrow \sigma_{s2} = f_{yd}$ - cingere
 $x < x_y \Rightarrow \sigma_{s2} < f_{yd}$ - nu cinge
 simplificare: $F_c \neq F_{s2}$ la calculul nivel

Proiectarea S.T. dublu armate - CAZ ①

- S.T. simplu armată, cu $M_{Rd} < M_{Ed}$

CUNOSCUTE: $b; h; f_{cd}; f_{yd}; M_{Ed}$

NECUNOSCUTE: $A_{s1}; A_{s2}$

$$d = h - d_{s1}$$

$$\mu = \frac{M_{Ed}}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}} > \mu_{lim} \left(\Leftrightarrow M_{Rd} = \mu_{lim} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} \right)$$

$M_{Ed} > M_{Rd}$

- S.T. simplu armată are limita de rezistență M_{lim}

- diferența $\Delta M = M_{Ed} - M_{lim}$

- pt. preluarea $\Delta M \rightarrow$ necesar A_{s2} (compusă)
și aceeași cantitate de armătură suplimentară
în zona întinsă (arm. întinsă) pt. echilibru:

$$A_{s2} = \frac{\Delta M}{(d - d_{s2}) \cdot f_{yd}}$$

A_{s2} - cunge deoarece
 $x = x_{lim} = \xi_{lim} \cdot d \Rightarrow d_{s2}$

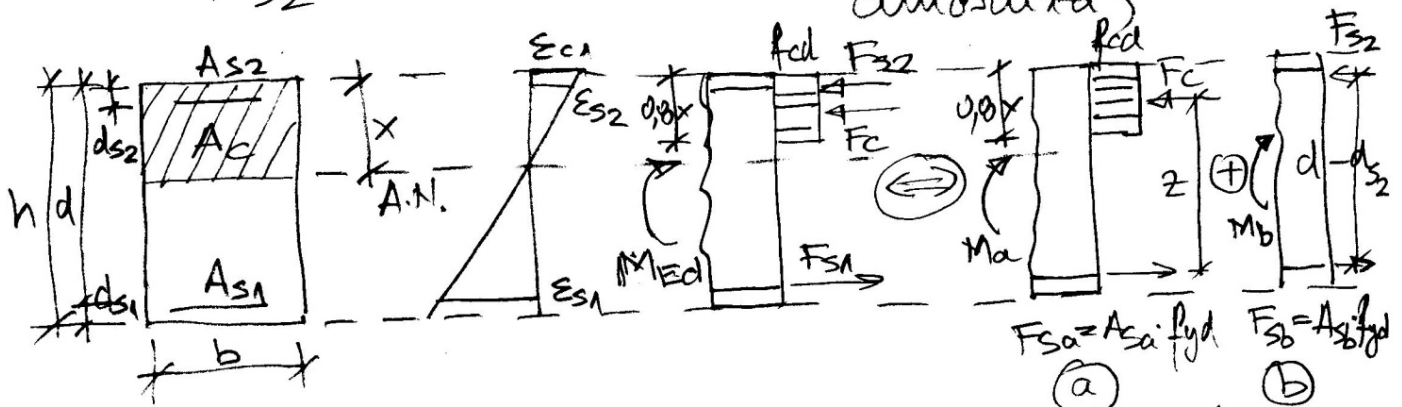
- armătură întinsă este:

$$A_{s1} = A_{s_{lim}} + A_{s2}$$

$$A_{s_{lim}} = \frac{M_{lim}}{\xi_{lim} \cdot f_{yd}} = \frac{M_{lim}}{d(1 - \xi_{lim}) \cdot f_{yd}}$$

Proiectarea S.T. dublu armată - Caz ②

- A_{S2} = cunoscută (armătura comprimată cunoscută)



- pt. sect. ①: $F_{sa} = F_c \rightarrow$ betonul comprimat + o parte a armăturii întinse

- pt. sect. ②: $F_{sb} = F_{s2} \rightarrow A_{sb} = A_{s2}$

- în final: $A_{s1} = A_{sa} + A_{sb}$

Ecuațiile de echilibru:

- diroctia longitudinală: $F_{s1} - F_{s2} - F_c = 0$

$$(A_{s2} \rightarrow \text{carge}) \quad A_{s1} \cdot f_{yd} - A_{s2} \cdot f_{yd} - b \cdot 0,8 \cdot x \cdot f_{cd} = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{(A_{s1} - A_{s2}) f_{yd}}{0,8 \cdot b \cdot f_{cd}}$$

- dacă $x \geq x_y = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} - \epsilon_{yd}} \cdot d_{s2} \Rightarrow A_{s2} \rightarrow \text{carge}$

- ecuația de echilibru pt. momente în jurul F_{s1} :

$$M_{Ed} - F_c \cdot z - F_{s2} \cdot (d - d_{s2}) = 0$$

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} = \underbrace{0,8 \cdot b \cdot x \cdot f_{cd} \cdot (d - 0,4x)}_{\uparrow M_a} + \underbrace{A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - d_{s2})}_{\uparrow M_b}$$

$$= 0,8 \cdot b \cdot (1 - 0,4 \cdot \xi) \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd} + A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - d_{s2})$$

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} = \underbrace{\mu \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}_{\text{S.T. drept. simplu armată}} + \underbrace{A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - d_{s2})}_{\text{supliment datorită dublei armări}}$$

- dacă $\underline{X < X_y}$ - armătura comprimată
 A_{s2} nu are ($F_{s2} = ?$)

- se presupune că F_c
 acționează la nivelul lin' A_{s2}

- ecuația de echilibru pt. momente în jurul F_{s2} :

$$M_{Ed} - F_{s1} (d - d_{s2}) = 0$$

$$M_{Ed} \leq M_{pd} = A_{s1} \cdot f_{yd} \cdot (d - d_{s2})$$

PROIECTAREA SECT. TRANSV.CUNOSCUTE: $b; h; A_{s2}; f_{cd}; f_{yd}; M_{Ed}$ NECUNOSCUTE: $A_{s1}; x$

$$M_b = A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - d_{s2}) - \text{pt. sect. (b)}$$

$$M_a = M_{Ed} - M_b - \text{pt. sect. (a)}$$

- S.T. simplu armată

$$\mu = \frac{M_a}{b \cdot d^2 \cdot f_{cd}}$$

- dacă $\mu > \mu_{lim}$ ($\xi > \xi_{lim}$) \Rightarrow se mărește A_{s2}

$\mu < 0$:

- A_{s2} este prea mare
- caș schimbă cu: $x < x_y$

$$0 < \mu < \mu_{lim} \xrightarrow{\text{din TABLE}} \xi; \omega_s$$

$$- \text{dacă } x = \xi \cdot d < x_y \Rightarrow A_{s1} = \frac{M_{Ed}}{f_{yd} \cdot (d - d_{s2})}$$

$x = \xi \cdot d \geq x_y \Rightarrow A_{sa}$ se calculează
ca pt. sect. drept.
simplu armată

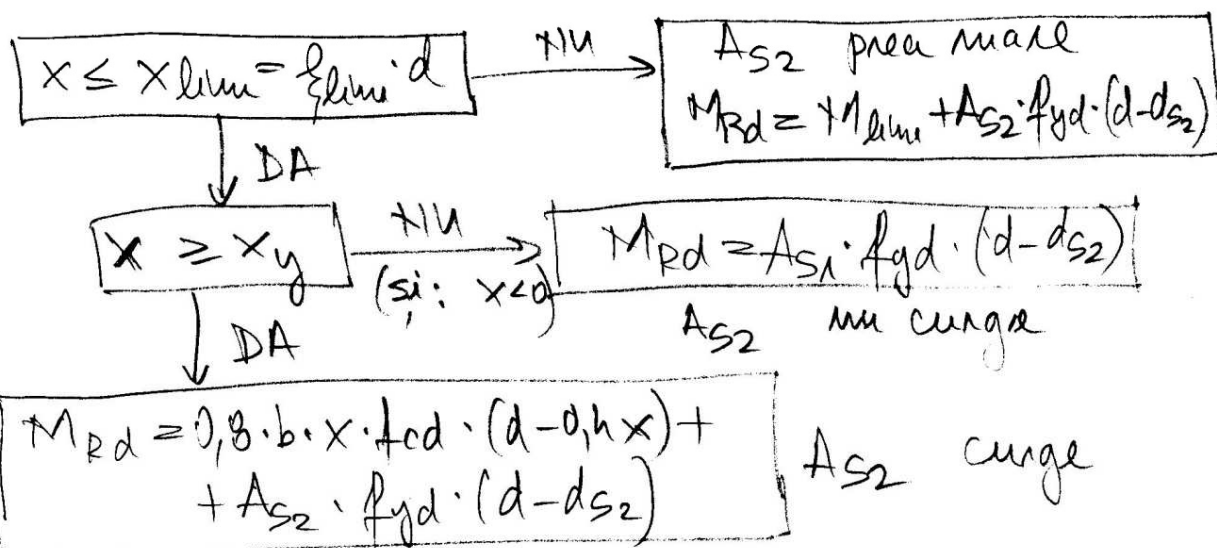
$$A_{sa} = 0,8 \cdot \xi \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} = \omega_s \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}}$$

$$A_{s1} = A_{sa} + A_{s2}$$

VERIFICAREA SECT. TRANSV.CUNOSCUTE: $b; h; A_{s1}; A_{s2}; f_{cd}; f_{yd}; M_{Ed}$ NECUNOSCUTE: $M_{Rd}; x$

- din ecuațiile de echilibru:

$$x = \frac{(A_{s1} - A_{s2}) f_{yd}}{0,8 \cdot b \cdot f_{cd}}$$



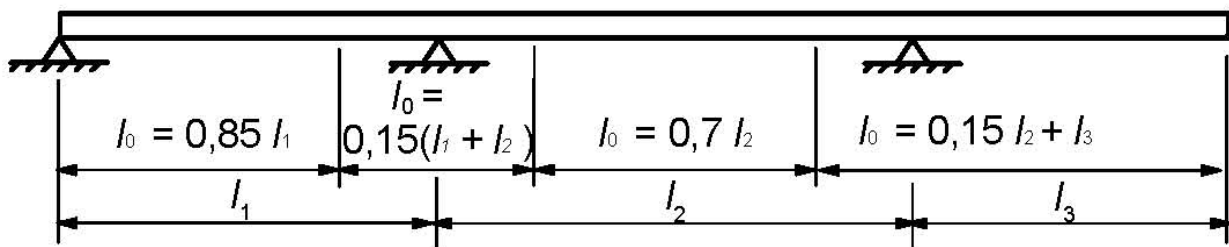
- verificarea sect. transv.

$$M_{Rd} \geq M_{Ed} \quad \checkmark \text{ (OK)}$$

- dacă $M_{Rd} < M_{Ed} \rightarrow$ se modifică:

- A_{s1}
- A_{s2}
- h

- Grinzi cu secțiune T ca elemente structurale în:
 - grinzi T independente (cu talpă superioară mărită pentru rezemarea altor elemente structurale): grinzi prefabricate din structuri pref.; grinzi precomprimate;
 - alte tipuri de secțiuni, dublu T sau I și cheson, care pentru calcul se echivalează cu secțiuni T datorită tălpii inferioare fisurate la întindere;
 - grinzile de planșee monolite (grinzi T sau L): talpa superioară este formată de placa care este legată monolit și lucrează împreună cu inima grinzii.
- La grinzile T din planșeele monolite lățimea efectivă a tălpii superioare considerate în calcul va fi o parte din panourile de placă adiacente. Calculul lățimii efective a tălpii se face pe baza distanței l_0 între punctele de moment încovoietor 0:



Lățimea efectivă a tălpii superioare b_{eff} pentru o grindă cu secțiune T sau L (grindă marginală) se calculează astfel:

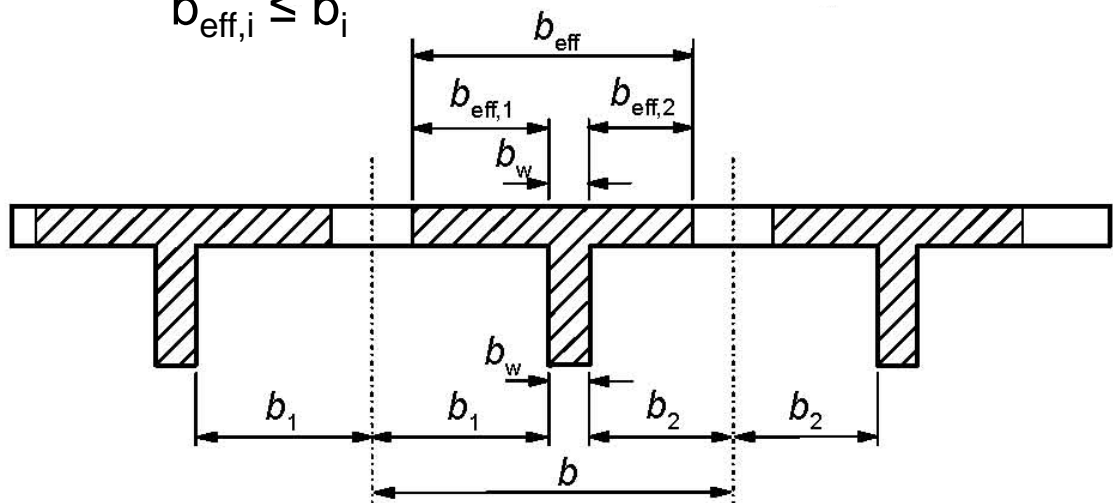
$$b_{\text{eff}} = \sum b_{\text{eff},i} + b_w \leq b$$

unde

$$b_{\text{eff},i} = 0.2 \cdot b_i + 0.1 \cdot l_0 \leq 0.2 \cdot l_0$$

și

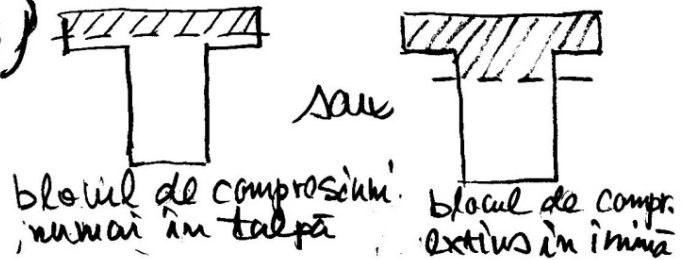
$$b_{\text{eff},i} \leq b_i$$



GRINZI CU SECȚIUNE T

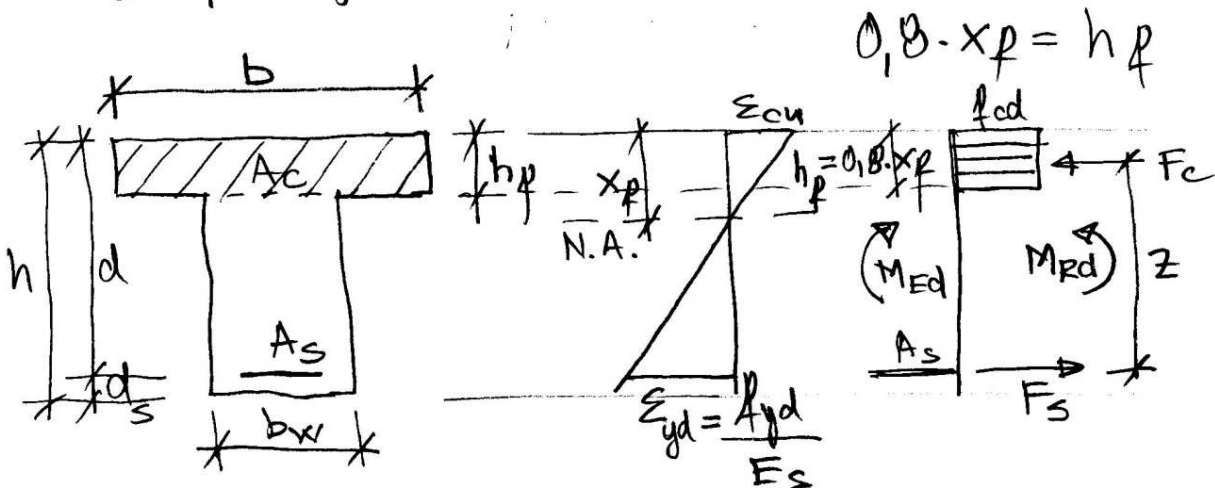
⊗ INTRODUCERE -----

⊗ Poziția Axei Neutre (??) - neamplasată
 (extinderea "blocului de compresie")



SIMPLĂ ARMARE

- se presupune: poziția axei neutre este x_p :



Ecuatii de echilibru:

- după axa longitudinală: $F_c - F_s = 0$

$$b \cdot h_p \cdot f_{cd} = A_s \cdot f_{yd}$$

$$A_s \cdot f_{yd} = b \cdot h_p \cdot f_{cd}$$

- de momente încovoie:
 (după A_s)

$$M_{ed} - M_{rd} = 0$$

$$M_p - F_c \cdot z = 0$$

$$M_p = b \cdot h_p \cdot f_{cd} \cdot (d - h_p/2)$$

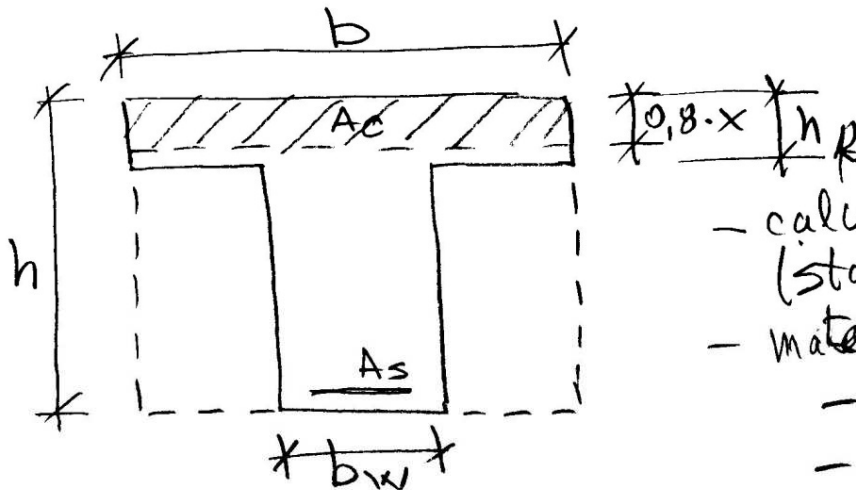
CONCLUZII

Calcul	blocul de compresie	
	numai în talpa	extins în inimă
Verificare M_{ed} (A_s -cunoscut)	$A_s \leq A_{sp}$	$A_s > A_{sp}$
Proiectare A_s (M_{ed} -cunoscut)	$M_{ed} \leq M_p$	$M_{ed} > M_p$

Blocul de compresiune' mică în talpă

dacă $A_s \leq A_{sf}$ (verificare: $M_{ed} = ?$)

$M_{ed} \leq M_{Rk}$ (proiectare: $A_s = ?$)



- calculul în stadiul III
(stadiul ultim, de rupere)
- materialele care lucrează:
 - betonul comprimat
 - armătura întinsă

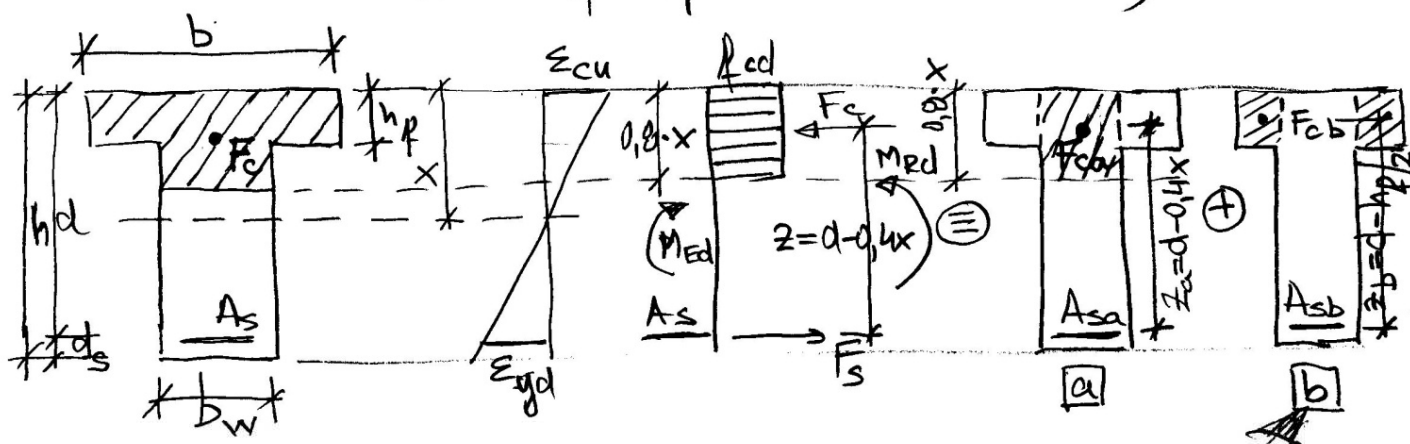
⇒ Calculul se face ca pentru

o secțiune dreptunghiulară de dimensiuni (b; h)

Blocul de compresiuni extins în inimă

dacă: $A_s > A_{sf}$ (verificare: $M_{rd} = ?$)

$M_{Ed} > M_{rd}$ (proiectare: $A_s = ?$)



Ecuatii de echilibru:

- după axa longitudinală:

$$F_c - F_s = 0$$

$$[0,8 \cdot x \cdot b_w + (b - b_w) h_f] \cdot f_{cd} - A_s \cdot f_{yd} = 0 \rightarrow \underline{x}$$

- de momente:

$$M_{Ed} - F_c \cdot z = 0$$

$$M_{Ed} - \underbrace{F_{ca} \cdot z_a}_{M_a} - \underbrace{F_{cb} \cdot z_b}_{M_b} = 0$$

$$M_{Ed} \leq M_{rd} = 0,8 \cdot x \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot (d - 0,4x) + (b - b_w) h_f f_{cd} (d - 0,5h_f)$$

$$M_{rd} = 0,8 \cdot \xi \cdot (1 - 0,4\xi) b_w^2 f_{cd} + (b - b_w) h_f f_{cd} (d - 0,5h_f)$$

$$M_{rd} = \mu \cdot b_w^2 \cdot f_{cd} + (b - b_w) h_f f_{cd} (d - 0,5h_f)$$

M_a - secțiune dreptunghiulară M_b

- pt. partea [b]: $F_{cb} = F_{sb}$

$$(b - b_w) h_f f_{cd} = A_{sb} \cdot f_{yd}$$

$$A_{sb} = (b - b_w) h_f \cdot f_{cd} / f_{yd}$$

$$M_{rd} = \mu \cdot b_w^2 \cdot f_{cd} + A_{sb} \cdot f_{yd} (d - 0,5 \cdot h_f)$$

Secțiunea T simplu armată

proiectarea S.T. - blocul de compresiuni
extins în înălțime

CUNOSCUTE: dimensiunile S.T.; F_{cd} ; F_{yd} ; M_{Ed}

NECUNOSCUTE: A_s ; x

$$A_{sb} = (b - b_{vr}) \cdot h_f \cdot \frac{F_{cd}}{F_{yd}}$$

$$M_b = A_{sb} \cdot F_{yd} (d - 0,5 \cdot h_f)$$

$$M_a = M_{Ed} - M_b$$

$$\mu = \frac{M_a}{b d^2 F_{cd}}$$

TABELE

ξ ; ξ_s ; ω_s

Secțiunea dreptunghiulară
simplu armată

- dacă $\xi > \xi_{lim}$
sau $\mu > \mu_{lim}$

\Rightarrow DUBLĂ
ARMARE pt. S.T.

$$A_{sa} = \xi \cdot b_{vr} \cdot d = 0,3 \cdot \xi \cdot b_w \cdot d \cdot \frac{F_{cd}}{F_{yd}} = \omega_s \cdot b_w \cdot d \cdot \frac{F_{cd}}{F_{yd}}$$

$$A_s = A_{sa} + A_{sb}$$

verificarea S.T.

CUNOSCUTE: dimensiunile S.T.; A_s ; F_{cd} ; F_{yd} ; M_{Ed}

NECUNOSCUTE: M_{Rd} ; x

$$A_{sb} = (b - b_{vr}) \cdot h_f \cdot \frac{F_{cd}}{F_{yd}}$$

$$M_b = A_{sb} \cdot F_{yd} (d - 0,5 \cdot h_f)$$

$$A_{sa} = A_s - A_{sb}$$

$$\xi = \frac{A_{sa}}{b_w d} \quad \omega_s = \xi \cdot \frac{F_{yd}}{F_{cd}}$$

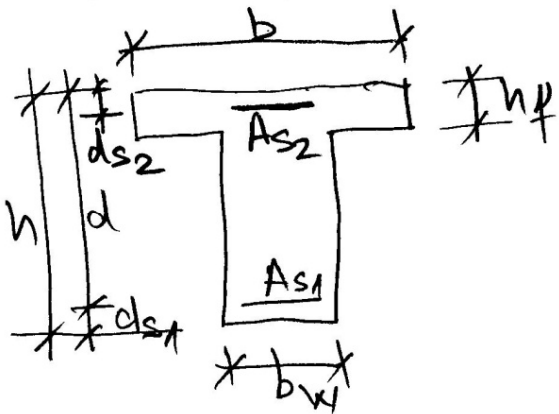
TABELE $\rightarrow \mu$

$$M_a = \mu \cdot b_w d^2 \cdot F_{cd}$$

$$M_{Rd} = M_a + M_b$$

secțiunea dreptunghiulară
simplu armată

SECȚIUNEA T DUBLU ARMATĂ



- în general A_{s2} este unoscuită din calculul anterior (din alte secțiuni)

$$A_{sF} = b \cdot h_f \cdot \frac{f_{cd}}{f_{yd}} + A_{s2}$$

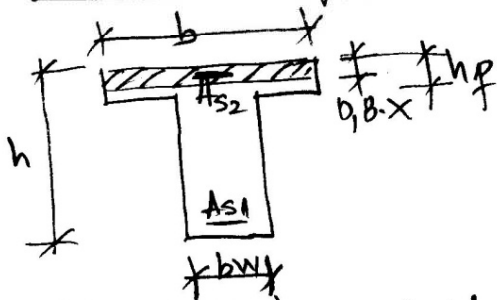
$$M_F = \underbrace{b \cdot h_f \cdot f_{cd} (d - 0,5 \cdot h_f)}_{\text{SECȚIUNEA T SIMPLU ARMATĂ}} + \underbrace{A_{s2} f_{yd} (d - d_{s2})}_{\text{SUPPLEMENT DATORAT DUBLEI ARMĂRI}}$$

SECȚIUNEA T SIMPLU ARMATĂ

SUPPLEMENT DATORAT DUBLEI ARMĂRI

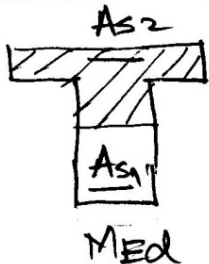
→ condiții pt. extinderea blocului de compresii (similare cu secțiunea T simplu armată)

blocul de compresii în talpă



- calculul se face ca pentru secțiunea dreptunghiulară de dimensiuni (b; h) dublu armată

blocul de compresii extins în inimă



≡

SECȚ. T. SIMPLU ARMATĂ



+

DUBLĂ ARMARE

